הטכניון – הפקולטה למתמטיקה
משוואות דיפרנציאליות רגילות ח' 104131
בחינה סופית מועד א' סמסטר אביב 21.7.14

הנחיות לבחינה

1) משך הבחינה: שלוש שעות.
2) אין להשתמש בכל חומר עזר (כולל מחשבונים) חוץ מדף נוסחאות לפלס שיסופק לכם. אם לא קיבלתם דף נוסחאות, עליכם לבקש אחד.
3) יש לענות רק במחברת הבחינה. אין לתלוש דפים ממחברת הבחינה.
4) אין להוסיף דפים למחברת הבחינה.
5) ניתן לקבל מחברת טיוטא, אך היא לא תימסר ולא תיבדק.
6) אין לכתוב בעפרון או עט מחיק.
7) עליך למלא בעמוד השער את כל הפרטים חוץ משמך.
8) **יש לנמק היטב ובפירוט את התשובות (גם בשאלות החישוביות). כמו כן, יש לצטט במדויק כל משפט שאת/ה משתמש/ת בו כולל ניסוח מדויק ובדיקת תנאים.**
9) **מילואים**: שאלה 3 תהווה שאלת תחליף לציון בחן האמצע למילואימניקים הזכאים לתחליף שכזה.

בהצלחה!

שאלה 1 20%:

א. 4% בדקו כי הפונקציה e^x הינה פתרון של המד"ר $(1-2x)y''+2y'+(2x-3)y=0$.

ב. 6% מצאו פתרון שני שאינו כפולה בסקלר של e^x עבור $x<\frac{1}{2}$..

ג. 4% בדקו כי הפונקציה שקיבלתם בסעיף ב' הינה אכן פתרון של המד"ר עבור $x<\frac{1}{2}$..

ד. 6% מצאו את הפתרון של המד"ר המקיים את תנאי ההתחלה $y'(0)=2 \quad y(0)=1$. האם יש פתרון של המד"ר המוגדר על כל הישר הממשי המקיים את תנאי ההתחלה?

שאלה 2 20%:

א. 15% פתרו את המד"ר $x^2y'' - 2y = x^2$ עם תנאי ההתחלה $y'(1) = 1 \quad y(1) = 1$. רשמו את תחום ההגדרה של הפתרון.

ב. 5% רשמו את צורת הפתרון הפרטי לפי שיטת השוואת מקדמים עבור המד"ר (אין צורך למצוא את הקבועים)

$$y''' - 4y' = 3x + 10\cos(x)$$

שאלה 3 20%:

יהי $y(x)$ פתרון של המד"ר $y'' - xy' + 3y = 0$ ביחד עם תנאי ההתחלה $y'(0) = 6 \quad y(0) = 0$.

מצאו את $y'''(6)$.

שאלה 4 20%:

פתרו את המד"ר הבאה בעזרת התמרת לפלס עבור $t \geq 0$

$$y'' + 4y = g(t) \qquad y(0) = y'(0) = 0$$

$$g(t) = \begin{cases} 3\sin(t) & 0 \leq t < 2\pi \\ 0 & 2\pi \leq t \end{cases}$$

זכרו כי $\sin(t) = \sin(t + 2\pi) = \sin(t - 2\pi)$.

שאלה 5 20%:

א. 15% פתרו את המערכת

$$x' = \begin{pmatrix} 4 & -3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} e^{-t} \\ 0 \end{pmatrix}$$

ב. 5% אילו מהפתרונות של סעיף א' שואפים לאפס כאשר t שואף לאינסוף? אילו מהפתרונות של סעיף א' שואפים לאפס כאשר t שואף למינוס אינסוף?